

著名数学家简介

孙智宏

Euclid(欧几里得)，公元前约 330 - 275 年，古希腊伟大数学家。他早年在雅典受过教育，深知 Plato (柏拉图) 的几何学，后在托勒密王的邀请下来到亚历山大教学。他是一个循循善诱的教育家，治学严谨踏实。托勒密王曾向他请教学习几何学的捷径，他回答说：“几何无王者之道。” Euclid 的主要贡献是他的十三卷巨著《几何原本》，《几何原本》共含有 465 个命题，第 1-4 卷为平面几何，第 5 卷为比例论，第 6 卷为相似形，第 7-9 卷为数论，第 10 卷为无理数，第 11-13 卷为立体几何。该书从 23 个定义、5 个公设和 5 个公理开始按 Aristotle (亚里斯多德) 的逻辑思想以严谨的方式建立起几何学知识整个大厦，其中还包括无理数与素数的卓越工作。《几何原本》是演绎的光辉典范，它决定了其后两千年的思想发展，从来没有一本科学书籍象《几何原本》那样巩固而长期地成为数学家和广大学生所传诵的读物。一些数学史家认为，Euclid 善于教学和阐明技巧，《几何原本》应是当时教科书，因为它还包含算术，但不包含圆锥曲线这些高级内容。可惜同时代其它教科书都失传了，无法加以对照。《几何原本》大部分材料来自 Plato(柏拉图) 学派，其中比例论与无理数的工作来自 Eudoxus(欧多克索斯)，但选择公理将定理排序并给予严密证明属于 Euclid. Euclid 写过 10 多本专著，从数学到光学、天文学、音乐与力学，但他半数以上著作失传了。Euclid 认识到光走直线，并发现光的反射定律。除《几何原本》外，Euclid 保存的作品有《已知数》(相当于《几何原本》前 6 卷参考书，是一些图表手册)、《图形的分割》(含 36 个与平面图形有关命题)、《现象》(论述球面几何)、《光学》(论述透视几何)等。据 Pappus 《数学汇编》，Euclid 失传的作品有《圆锥曲线》(4 卷)、《曲面轨迹》、《纠错集》和《系论集》(可能蕴含解析几何及函数概念)。

Archimedes(阿基米德)，公元前 287 - 212 年，古希腊伟大的数学家和物理学家。Archimedes 生于叙拉古城，在亚历山大里亚学过数学，后来回到故乡，并因提出抗击罗马人的计划而声誉大振，叙拉古城陷落时他被罗马士兵砍死。Archimedes 把当时的几何学提高到无可超越的水平，补充了许多关于求面积和体积的独创研究，其中一些工作是微积分的先声。古希腊历史学家普卢塔赫宣称说：“在整个几何学中再也找不到比 Archimedes 用最简单、最直观的方法所证明的更难和更深刻的定理了。”在物理上，Archimedes 建立了力学和流体力学的一些基本原理。他的一生约有 40 种机械发明，他乐于演示自己发明的机械。Archimedes 的主要著作有《球和圆柱》、《曲线求积》、《圆的度量》、《论螺线》、《平面平衡》、《浮体》和《论支点》。Archimedes

是一位超越时代而孤军奋战的科学天才，一直被称为“数学的神”。

F. Viète(韦达), 1540-1603, 法国著名数学家，十六世纪最有影响的数学家之一，被尊称为“代数学之父”。他的主要职业是律师，后从事政治活动，当过议会的议员。在对西班牙的战争中，曾为政府破译敌军的密码。数学是 Viète 的业余爱好，他在政治上失意的十多年间倾心研究数学。他第一个有意识地、系统地使用字母来表示已知数、未知数及其乘幂，给出了方程的类型和解方程的基本步骤（移项、降阶、消去最高项系数等），系统阐述并改进了三、四次方程的解法，发现了方程根与系数之间的关系即著名的 Viète 定理，用逐次迭代法给出了方程的近似根。Viète 用“分析”这个词来概括当时代数的内容和方法，主要著有《分析方法入门》(1591)、《论方程的识别与修正》(1615)、《分析五篇》(1593)、《应用于三角形的数学定律》(1579)、《幂的数值解法》(1600)。Viète 还系统地研究了 6 种三角函数，发现正弦函数的和差化积公式与正切定律，最早引入 Chebyshev(切比雪夫) 多项式（即 $\cos n\theta$ 作为 $\cos \theta$ 的多项式），并系统地阐述了解平面和球面三角形的方法。他还得出 π 的一个无穷乘积表达式。

G. Desargues(笛沙格), 1591-1661, 法国数学家和建筑师，射影几何的开创者。出于实际的需要，他研究透视，提出无穷远点和无穷远线的概念。透视就是空间场景在平面上的表示。平行线相交于无穷远点，直线是半径为无穷大的圆。中心投影把直线变为直线，平行线保持平行或收敛到一点。1639 年 Desargues 出版《试图处理圆锥与平面相交结果的草稿》，当时只印了约 50 本，由 Desargues 分送给他的朋友。Desargues 在书中建立交比不变性（直线上四点 A, B, C, D 按此顺序的交比 $\frac{AC \cdot BD}{AD \cdot BC}$ 在中心投影下保持不变）与他著名的三角形定理（两个三角形对应边交点共线当且仅当对应点连线延长线共点），引进点列的对合，用射影方法统一研究圆锥曲线问题，证明关于圆锥曲线极点和极线的几个定理。由于 Desargues 的书难以阅读，遭到对手不断攻击，Desargues 后来改做建筑师。随着解析几何和微积分的兴起，Desargues 的工作也立即被人遗忘，直至 1845 年法国几何学家 Chasles(沙勒) 才在巴黎的一个旧书店里发现 Desargues 《试图处理圆锥与平面相交结果的草稿》的手抄本，1950 年人们在巴黎国立图书馆又找到 Desargues 书的原版本。

R. Descartes(笛卡尔), 1596-1650, 法国伟大的数学家和哲学家。Descartes 八岁进耶稣会学校，二十岁大学毕业，并在巴黎当律师。他花了一年时间和 Mersenne(梅森) 等人研究数学，后去军队服兵役，1628 年以后移居荷兰，最后两年受邀为瑞典 23 岁女皇在凌晨五点讲哲学课，打破了他在床上晨思的习惯，结果他受了风寒感染肺炎去世。Descartes 是第一个杰出的近代哲学家，是卓越的生物学家和物理学家，但只偶然是个数学家。Descartes 主要关注寻求真理的方法论，著有《思想的指导法则》(1628) 和《更好地指导推理和寻

求科学真理的方法论》(简称《方法论》, 1637)等, 其中《方法论》包括说明其方法效用的三个著名附录:《几何》、《折光》和《陨星》。在《几何》中 Descartes 建立了坐标几何, 揭开了近代数学发展的序幕。除解析几何的贡献外 Descartes 还提出实系数代数方程正根个数不超过方程系数序列变号数的 Descartes 符号法则, 先于 Euler (欧拉) 发现多面体公式 (从 Leibniz 遗稿获知), 并和 Snell (斯涅尔) 各自独立地发现光的折射定律。

P. de Fermat(费尔马), 1601 - 1665, 法国伟大数学家。Fermat 的终生职业是律师, 他在 30 岁以后才认真注意数学, 但他对数学和物理作出了重大贡献。当他去世时被认为是欧洲最著名的数学家。他从未出版过任何工作, 他的名声只是由他和其他学者的通信以及死后才出版的手稿带来的, 当时他闻名世界是由于他建立解析几何、开创概率论研究、提出光的最短时间原理和在微积分方面的先驱性工作, 今天 Fermat 的名声主要是由于他在数论方面的开创性工作。Fermat 提出了许多数论命题, 决定了 Gauss 之前数论的研究方向。由于他的功绩, Fermat 赢得了“数论之父”和“业余数学家之王”的称号。

B. Pascal(帕斯卡), 1623-1662, 法国著名数学家和物理学家。Pascal 是早熟的天才, 因身体不好一生都在病痛中度过。他曾为了忘记牙痛专心研究摆线, 得出摆线的一系列性质。在 Desargues 工作的影响下 Pascal 1640 年发表《论圆锥截线》, 提出著名的 Pascal 定理 (顶点在同一圆锥曲线上的六边形三对对边交点共线), 在花费 5 年思考和劳动后 1645 年他成功地发明制造出人类第一台计算机 (利用齿轮运动可作加法和减法运算), 他说:“算术机器产生效果的过程比动物的所有行为都更接近于思维。” 1654 年 Pascal 写出《论算术三角形》(研究组合数性质)和《论液体平衡和空气的重量》(研究大气压强), 一个赌徒向他提出的问题引发他关于概率计算的研究。由于对世俗生活和紧张的科学活动感到厌倦, 在他妹妹的影响下 1654 年底 Pascal 放弃科学工作而致力于沉思和宗教活动, 39 岁时患病去世。他关于人生和哲学的思考收入《Pascal 思想录》在他死后出版 (1670), 他广泛流传的一句名言是“人是一根有思想的芦苇”。

I. Newton(牛顿), 1642 - 1727, 英国伟大的数学家、物理学家和天文学家。Newton 是个早产的婴儿, 出生时非常瘦小, 在他出生之前他的父亲就已去世, 少年时代的 Newton 热衷于风车等机械制作。1661 年 19 岁的 Newton 考入剑桥大学三一学院, 学习了 Descartes、Coppernicus (哥白尼)、Kepler (开普勒)、Galileo (伽利略) 等人的著作。1665 年至 1666 年间, Newton 在家完成了微积分、万有引力定律和光的分解三大发现。1668 年 Newton 设计制造了反射望远镜, 后来在皇家学会展出获得极大的成功。1672 年和 1675 年他写了两篇光学论文, 遭到了暴风雨般的批评, 这促使他下决心不再发表论文。在

天文学家 Halley (哈雷) 的敦促与帮助下, 1687 年 Newton 出版了划时代巨著《自然哲学的数学原理》(三卷), 阐述了他的微积分方法、力学体系和天文学研究, 赋予宇宙画面以惊人的秩序与和谐。1704 年他出版了又一部经典著作《光学》。Newton 其他著作有《差分方法》(1676 年初稿, 1711 年发表), 《普遍的算术》(1707), 《运用无限多项方程的分析》(1669 年写成), 《流数法与无穷级数》(1671 年写成, 1736 年发表), 《曲线求积术》(1691 年写成, 1704 年作为《光学》附录发表)。Newton 说: “我不知道世人怎样看我, 我只觉得我像在海边玩耍的孩子为不时捡到几个美丽的贝壳而沾沾自喜。如果说我比别人看得远些, 那是因为我站在巨人肩上的缘故。” Newton 48 岁以后自动放弃科学而转向神学研究, 85 岁时卒于伦敦。

G.W. Leibniz(莱布尼茨), 1646 - 1716, 德国伟大的数学家和哲学家。Leibniz 从小聪敏好学, 家庭丰富的藏书引起他广泛的兴趣。15 岁考入莱比锡大学学习法律, 后获得哲学博士。26 岁时作为外交特使访问巴黎, 结识了 Huygens (惠更斯), 并在 Huygens 的激励和指导下学习 Descartes、Pascal 等人的著作。Leibniz 多才多艺, 他是个外交官、哲学博士、法学教授, 还是个很好的物理学家、历史学家、语言学家和先驱的地质学家, 他在化学、生物学、气象学和心理学等领域也做过重要工作, 但他在数学和哲学方面的著作列于世界上曾产生过的最优秀的著作之中。Leibniz 1684 年发表论文“一种求极大值与极小值和求切线的新方法, 它也适用于无理量, 以及这种新方法的奇妙类型的计算”, 这是最早的微积分著作。Leibniz 独立于 Newton 发表微积分的系列工作, 他的分析方法和记号一直使用至今。另外, Leibniz 对数理逻辑和计算机也有卓越贡献。他使用符号表示逻辑命题, 发明了二进制, 并在未看到 Pascal (帕斯卡) 加法计算机的情况下于 1671 - 1672 年设计制造了一种能够进行加、减、乘、除以及开方运算的机器。他在代数学等领域也有杰出贡献, 1678-1713 年间奠定行列式理论基础, 1684 年发现解线性方程组的 Cramer 法则。他还在数论上证明 Fermat 小定理, 发现 Wilson 定理。他的第一篇论文 (1675-1676 年写成, 1993 年公之于世) 给出连续函数 Riemann 积分存在的严格证明。据估计, 他发表的数学论文仅占他数学著作的五分之一。正如 Gauss 所说, Leibniz 的多才多艺耗散了他的精力, 对数学而言是个重大损失。Leibniz 终身未婚, 不在大学当教授, 也不进教堂, 人们称他是什么也不信的人。作为一个哲学家, 他是与 Aristotle 和 Kant (康德) 齐名的欧洲三大哲学泰斗之一; 作为一个数学家, 他是 17 世纪具有最高能力的数学通才。Leibniz 一生中总是希望在学术和政治活动的各个领域出人头地, 他善于吸收别人的思想, 善于用访问和通信的方式与人讨论问题, 曾与千余人通信, 留下一万五千多封信件。

Bernoulli(伯努利家族) 瑞士的 Bernoulli (伯努利) 家族在 1650-1800 年间三代人中产生了 8 个数学家, 其中最杰出的是 Jacob Bernoulli (雅各布·伯努

利, 1654-1705), John Bernoulli (约翰·伯努利, 1667-1754) 和 Daniel Bernoulli (丹尼尔·伯努利, 1700-1782)。John 是 Jacob 的弟弟, 是 Daniel 的父亲。Jacob Bernoulli 在数学上的主要贡献是发明极坐标, Bernoulli 数和 Bernoulli 大数定律 (《猜度术》, 1713), 研究了 Bernoulli 方程、Bernoulli 不等式、双纽线和对数螺线, 解决了特殊情形的等周问题 (给定周长的平面闭曲线中以圆围成的面积最大)、悬链线问题 (求两端固定的绳子由于重力作用自然下垂而呈现的形状) 和最速降线问题 (求连接一点 A 到不在其垂直下方的另一点 B 的曲线使质点从 A 沿曲线下滑所花时间最少), 启发 Euler 建立变分法。John Bernoulli 发展了有理函数积分的一般理论和求解微分方程的新方法, 他接受一心想出名而又爱好数学的贵族 L'Hospital(洛必达) 的钱财, 给 L'Hospital 私人授课并按协议把自己的新发现及时通知 L'Hospital, 结果 1696 年 L'Hospital 出版著名的《无穷小分析》, 包含了 John Bernoulli 发现的许多结果, 特别是著名的 L'Hospital 法则。1704 年 L'Hospital 去世后 John Bernoulli 在给其他人的信中指责 L'Hospital 剽窃他的成果, 最近公布的 John Bernoulli 和 L'Hospital 之间的通信表明 L'Hospital 书中的许多内容确实要归功于 John Bernoulli。John 的妒忌天性使得他和哥哥 Jacob 为等周问题等优先权激烈争吵。1696 年 John Bernoulli 在《教师学报》上提出最速降线问题, 向数学家们特别是 Jacob Bernoulli 挑战, John 本人用光的折射定律得出所求曲线为一段旋轮线 (Huygens 的等时曲线), 1697 年 Newton, Leibniz 及 Jacob Bernoulli 也都得出正确解答, 但 John 嘲笑他哥哥解答笨拙, 没有他的解答漂亮精彩。事实上当时所有解答中 Jacob Bernoulli 的解答最具一般性, 它适合于所有同类极值问题, 这就引向变分法, 这是后来 Euler 看出的。John 和 Jacob 不和的一个后果是 Jacob 去世后他的家人一直保存 Jacob 的书稿不让 John 看到, 以致 Jacob 的名著《猜度术》在 1713 年才由 Daniel 编辑出版。当 Daniel 赢得法兰西科学院一项竞赛的奖金 (John 也参加竞赛但没有获奖) 时 John 出于妒忌将他儿子赶出家门。Daniel Bernoulli 1738 年出版《流体动力学》, 奠定了流体动力学的基础。John Bernoulli 在 1743 年也出版了一本关于流体力学的书, 覆盖了 Daniel 书中的结果, 但他标明书中结果是 1732 年首次公开。Daniel 在给 Euler 的信中写道: “我的整部《流体动力学》, 不是其中的一小部分, 事实上成了我欠父亲的债; 我立马被偷了个精光, 十年的工作成果瞬间丧失殆尽。所有的命题都取自我的《流体动力学》, 我的父亲把他的作品称作流体学, 是 1732 年首次公开的, 因为我的《流体动力学》是在 1738 年才刊行的。”

L. Euler(欧拉), 1707 - 1783, 瑞士伟大数学家。少年时代的 Euler 得到数学家 John Bernoulli(约翰·伯努利) 的鼓励和指导, 13 岁时 Euler 考进巴塞尔大学, 后获得硕士学位, 1727 年 Euler 开始在俄国圣彼得堡科学院任职, 1741 年受邀请而到柏林科学院, 1766 年 Euler 重返圣彼得堡。由于工作过度, Euler 31 岁时右眼失明, 64 岁时双目完全失明, 但他靠心算和助手的帮助仍

顽强地工作。Euler 的工作遍及数学及其应用科学的几乎所有领域，他的全集共有 76 大卷。历史上从来没有一个人象他那样多产，象他那样巧妙地把握数学，象他那样产生那么多令人钦佩的结果。他是顶呱呱的方法发明家和熟练的能工巧匠。Euler 是善用归纳法的大师，他凭观察、大胆猜测和巧妙证明得出许多重要发现。Euler 的计算能力，特别是形式计算和形式变换的高超技巧无与伦比，他始终探求既能简明应用于计算，又能保证计算结果足够准确的算法，但在严密性方面有欠缺。Euler 采用了许多简明、精炼的数学符号，如： $f(x)$, e , i , Δy , Σ 等，这些符号一直沿用至今。Euler 出版了 80 多本书，他的代表作有《无穷分析导论》(1748)，《微分学原理》(1755)，《积分学原理》(1768-1770)，《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的技巧》(1744)。在所有的数学分支中，Euler 在他那个时代都达到了无可争议的领导地位。他的对手 D'Alembert (达朗贝尔) 厌恶地称他是“有魔力的人”。Euler 的科学气质的最突出的特色是非凡的机敏和永不满足的好奇心。Laplace(拉普拉斯) 说：“读读 Euler，他是我们一切人的老师。” Gauss 说：“学习 Euler 的著作乃是认识数学的最好途径。” Neumann(纽曼) 说，该称他为“数学家中的英雄”。

D'Alembert(达朗贝尔), 1717-1783, 法国著名数学家。D'Alembert 是一名私生子，他的父亲是骑兵军官，母亲是还俗的修女(后来成为沙龙女主人和小说家)，她母亲在生下他后把他遗弃在一教堂附近，由玻璃工卢梭夫妇把他养大。D'Alembert 短暂地研究过法律和医学，1739 年转而投身数学，1741 年成为科学院助理院士，后来当选科学院终身院士。D'Alembert 终身未婚，但与一沙龙女主人长期同居。1743 年他发表最著名的著作《动力学》，其中提出他自己的运动三定律和著名的 D'Alembert 原理。1746 年 D'Alembert 在论文中首次提出波动方程并给出波动方程的解，D'Alembert 对级数、微分方程、偏微分方程、流体力学和天体力学都作出了重要贡献。在科学院，他的奋斗目标就是胜过他的竞争对手(当时顶尖的数学家)，为怕失去优先权他总是快速地发表，接着是陷入关于其工作的内涵和意义的争论。他提交的数学论文几乎总有缺陷，他的许多想法要等 Euler 修补和完善解释后才能被人理解，有时 Euler 没有点明他的功劳，所以他对 Euler 感到愤怒，把精力浪费在抱怨和争吵上。1745 年起他偏离数学而卷入启蒙运动和《百科全书》的撰写中，最后几年像 Lagrange 那样对数学前途持悲观态度，他晚年的最大成就是推动了 Lagrange 和 Laplace 的研究事业。

J.L. Lagrange(拉格朗日), 1736 - 1813, 法国伟大数学家。在早期 Lagrange 对古希腊数学家的著作没有留下深刻印象，但 17 岁时天文学家 Halley(哈雷)写的一篇称赞微积分比希腊几何优越的文章吸引了他，于是他下决心献身数学，并完全靠自学掌握了当时的分析。Lagrange 19 岁时作出了变分法的伟大发现，并开始和 Euler 通信。他和 D'Alembert 友谊最深，但对 Euler 很冷淡。两位伟人通信多年，但始终未见面。Lagrange 的一生分为都灵(1736-1766)、柏林(1766-1787)、巴黎(1787-1813)三个时期。Lagrange 的工作涉及到分析、变分

法、分析力学、代数和数论。在辉煌了二十年之后，他开始悲观失望，甚至觉得没有哪一种知识是值得人类为之奋斗的。他晚年娶了与他相差四十岁的同事的女儿为妻，得到了安慰和幸福。Lagrange 的大部分工作都和 Euler 有关，他追随 Euler，把 Euler 的工作系统化、深入化，但又以自己的独创记录了全部研究生涯。他去世后给数学的所有分支都留下了可供仿效的榜样、有待解决的问题和以使发展的技巧，他的工作一定程度上展现了十九世纪的数学，起到了承上启下的作用，这使得他对后世的影响与 Euler 旗鼓相当。

G. Monge(蒙日), 1746-1818, 法国伟大数学家。Monge 发明了画法几何，和 Euler 一起开创微分几何，对解析几何、常微分方程和偏微分方程也做出了重要贡献。他的工作引起 Lagrange 的羡慕和钦佩。Monge 是位伟大的教师，他生气勃勃的讲演激起学生们的积极性，他至少有 12 个学生是 19 世纪早期最著名的人物。在 Monge 那里几何和分析相辅相成，他把同一问题的几何方面和分析方面协调统一起来说明既从几何上又从分析上同时思考的好处。Monge 31 岁时与一 20 岁的寡妇结婚，并育有三个女儿，他是拿破仑的朋友，一直效忠拿破仑，曾随拿破仑远征埃及，曾担任巴黎综合理工学院校长、埃及研究院院长、海军部长和终身参议员等职务。除数学外，他还花许多时间研究物理和化学，拥有一个设备优良的化学实验室，并协助著名化学家 Lavoisier(拉瓦锡)进行水的分解和合成试验。

P.S. Laplace(拉普拉斯)， 1749 - 1827，法国伟大的数学家和天文学家。Laplace 16 岁中学毕业，考入卡昂大学艺术系，后转到神学系。19 岁时带着老师的介绍信到巴黎去见大名鼎鼎的 D'Alembert(达朗贝尔)，他的论文和解题的敏捷打动了 D'Alembert。D'Alembert 推荐他到巴黎的军事学校教书，5 年后 24 岁的 Laplace 被选进巴黎科学院，真正开始了他的科学研究生涯。Laplace 一生的主要兴趣是天体力学、分析概率论与升官发财。他曾担任财政部长、参议员等职务，他虽不关心纯数学本身，但却创造了许多有用的数学工具和方法，如母函数方法、Laplace 变换和中心极限定理等，他的五大卷《天体力学》是里程碑式的巨著，是天体力学的经典。

A.M. Legendre(勒让德), 1752-1833, 法国著名数学家。Legendre 早年就引起巴黎资深数学家的注意，他在 1782 年关于弹道学的论文受到 Laplace 的赞扬和 Lagrange 的关注。1775-1780 年 Legendre 在一个军事学校教书，1782 年晋升为巴黎科学院的副院士，1785 年晋升为院士。在法国大革命时期他从事各种各样的工作，这些都与他的数值计算才能有关。Legendre 是个不知疲倦的学者，非常善于计算，他的名字见于各种各样的定理中。Legendre 在 1785 年的论文《球状体吸引力的研究》中引入著名的 Legendre 多项式，在 1787 年的论文中推导性质及正交性，在 1790 年的论文中对奇数 n 引入，并证明正交性。他对椭圆积分 (1809)、数论 (《数论随笔》1798)、最小二乘法 (1805)、几何

学 (1794) 和大地测量 (1787) 作出了重要贡献, 启发了 Abel (阿贝尔) 和 Jacobi (雅可比) 在十九世纪发展椭圆函数理论, 启发 Gauss (高斯) 发展二次互反律、二元二次型和最小二乘法理论。他的工作被这三个年轻的天才超越, 他很谦逊并带点心酸地去认识和赞扬他们的工作。Legendre 在 40 岁时与一个不到他岁数一半的姑娘结婚, 1793 年巴黎科学院被查禁, 他一度被迫隐居, 由他的年轻妻子帮助他创造一个安静的环境继续从事研究工作, 他们一直没有子女。他说: “我的妻子强有力地帮助我将我的事业向前推进。” Legendre 81 岁时在长期的病痛折磨后去世。

C.F. Gauss(高斯), 1777 - 1855, 德国天才的伟大数学家。与 Archimedes、Newton 不同, Gauss 从小就是个神童, 他三岁时就纠正他父亲工资表上的计算错误, 他的天才引起当地公爵 Ferdinand(费迪南) 的注意, Ferdinand 主动承担了 Gauss 直至读大学的全部费用, 实际上公爵一直支持 Gauss 直至他去世为止。Gauss 18 岁时进入哥廷根大学学习, 在此期间已作出一系列重大发现, 后以代数基本定理的论证取得博士学位, 1807 年重返哥廷根, 出任哥廷根天文台台长, 直至去世为止。Gauss 对纯粹数学和应用数学都作出了重大贡献, 他的工作涉及到数论、代数、微分几何、非欧几何、概率统计、椭圆函数、复变函数、电磁学和行星天文学。他把天文作为职业, 而把纯粹数学当作消遣, 他的论文精练而深奥, 不讲来龙去脉。他从不轻易发表任何东西, 他的座右铭是“少些, 但是要成熟”。对此 Abel 评论说: “他象只狐狸, 用尾巴抹平了自己在沙地上走过的脚印。” Gauss 是个传奇式的人物, 在生前就赢得与 Archimedes、Newton 齐名的声誉。Gauss 去世后留下的 19 页日记表明他有许多重要发现没有公开发表, 包括非欧几何、椭圆函数、复变函数的基本事实, Gauss 是近代数学和以往一切数学的分水岭, 他在形象思维上的洞察力和创见, 工作成就的广度和深度, 一再显示的几乎超人的智力和毅力都超过了一个普通天才人物所能达到的水平, 对我们后代如同他的同代人一样都是感到难以理解的。因此他被誉为“数学家之王”。

J. B. J. Fourier(傅立叶), 1768-1830, 法国著名数学家。Fourier 出身平民, 1795 年在巴黎综合工学校是 Lagrange 和 Monge 的助教, 1798 年随拿破仑远征埃及, 1808 年被拿破仑授予男爵称号, 1822 年被选为巴黎科学院终身秘书, 1827 年当选为法兰西科学院院士。Fourier 的科学成就主要在于他对热传导问题的研究(热传导定律、热传导方程)以及他为推进这一方面的研究引入的数学方法(Fourier 级数和 Fourier 积分)。1807 年他向科学院呈交论文“热的传播”, 其中使用了 Fourier 级数, 1810 年他将论文修改后呈交科学院获得奖金, 文中含有 Fourier 积分。但因 Lagrange 对其严格性和普遍性的批评, 两次论文均未发表。1822 年 Fourier 将论文扩充, 出版经典杰作《热的解析理论》, 该书是记载 Fourier 级数与 Fourier 积分诞生经过的重要历史文献。书中他把物理问题表述为线性偏微分方程的边值问题来处理, 而他所使用

的解方程的强有力数学工具产生了一系列派生学科，在数学分析中引出了许多研究课题。Fourier 的理论和方法也几乎渗透到近代物理的所有部门。1789 年 Fourier 还推广 Descartes 符号法则至估计在给定区间内次多项式的实根个数（Fourier-Jordan 判别法），1831 年即他去世后的第二年，他关于方程论的专著《方程判定之分析》由他的朋友编辑出版。

J.V. Poncelet(庞斯列)，1788-1867，法国著名数学家，射影几何的奠基人。他随拿破仑军队征战莫斯科而在 1812 年 11 月被俘，在监狱里利用取暖的木炭在墙上作图，探索几何学问题，直到 1814 年 6 月他才被释放。他根据狱中发现在 1822 年出版伟大著作《论图形的射影性质》，使射影几何变成一门学科。这种几何学把过去对立的几何学统一起来，产出丰富。他提出连续性原则（如果一个图形从另一个图形经过连续的变化得出，那么第一个图形的任何一般性质第二个图形也有）与对偶原理（把射影平面定理中点与直线对调所得命题也是正确的），并大胆地、影响深远地应用了这些原则。1822 年以后公务占据了他的时间，1826 年他又出版《机器应用力学教程》，1834 年他成为法国科学院院士，1838-1848 间他任巴黎大学力学教授，后又当高工校长，Poncelet 迟至 54 岁才结婚。1864-1866 年重印《论图形的射影性质》时他非常后悔没有继续做最喜爱的几何研究。

A.L. Cauchy (柯西)，1789 - 1857，法国伟大数学家。Cauchy 少年时接受父亲的启蒙教育，后受到 Laplace 和 Lagrange 的熏陶和鼓励，Lagrange 曾对同事们预言说：“Cauchy 将把我们挤出数学家的行列。”1805 年 Cauchy 16 岁时以第二名考入巴黎综合工科学校。1810 年接受拿破仑的任命成为军事工程师。1813 年 Cauchy 由于身体不佳回到巴黎，Laplace 与 Lagrange 劝其投身到纯粹数学研究，1811 年他解决了 Lagrange 向他提出的一个问题，开始了他辉煌的研究生涯。Cauchy 是仅次于 Euler 的多产数学家，他的全集共有 34 卷，内容涉及微积分基础、复变函数、常微分方程、行列式理论、置换群理论、数论、弹性理论、流体力学、光学等。Cauchy 是最伟大也是最全面的数学家之一，但他是伟大数学家中最毛草的一位，他的文章多是急就章，他无节制地发表了大量的工作。有时一星期他提交十几篇论文，最后不得不自己创办杂志《数学练习》，其中一年十二期都充斥着他自己的文章。简直可以说，数学控制了 Cauchy。今天在数学中以 Cauchy 命名的概念和定理最多。在人性上，Cauchy 是个极端的保皇分子，曾因此离开巴黎科学院而流亡意大利。他还是个狂热的天主教徒，经常捐款给慈善机构。68 岁时 Cauchy 因患支气管炎而去世。他的最后一句话是“人物去了，但他的功绩留下来了。”

N.I. Lobachevsky(罗巴切夫斯基)，1792-1856，俄国著名数学家，非欧几何奠基人。1807 年 14 岁的 Lobachevsky 进入喀山大学学习，此后他作为学生、副教授、教授、图书馆馆长、博物馆馆长，最后作为校长在该校度过了他一生中

的 40 年时间。Lobachevsky 发现并始终不渝地发展非欧几何，1829 年用俄文在他所在的大学学报上发表《论几何学原理》，1837 年用法文在 Crelle (克雷洛) 杂志发表一篇非欧几何文章，1840 年以德文出版《平行理论的几何研究》。Gauss 在阅读 Lobachevsky 1837 年论文后被打动了，还自学俄语阅读他 1829 年的论文。Gauss 的第一个想法仍然是捍卫自己的优先权，不过他对自己何时发现非欧几何的记忆随着年老又有了改善，在他去世后出版的一封信（写于 1846 年）中他写道：“Lobachevsky 称其为虚几何。你知道，我有相同的信念已有 54 年（自 1792 年算起），后来又有了确确实实的扩展，这些我不想在此深谈。对我而言，Lobachevsky 的文章没有实质上的新东西，不过他解释理论的方法与我不同，是一种精巧的方法，体现了真正的几何精神。”尽管外国数学家保持沉默，俄国数学家持反对态度，晚年还遭受失明之苦，Lobachevsky 仍然继续精炼和扩展他的理论，1855 年双目失明后他还口授完成《泛几何学》一书。

N.H. Abel (阿贝尔)，1802 - 1829，挪威天才数学家。Abel 13 岁时和他的哥哥被送进一所教会学校学习，1817 年新来数学教师 Holmboe (霍尔姆博) 的讲课激起了 Abel 的兴趣和热情，Holmboe 也很快发现了 Abel 不寻常的数学才能，然后两人一起学习 Euler、Lagrange 和 Laplace 的著作。在 Abel 中学毕业前夕，他以初生牛犊不怕虎的姿态猛攻五次代数方程求解的难题，但后来狼狈地发现自己的解法是错误的。1821 年分文不名的 Abel 进入大学，教授们用自己的薪金支持这年轻的数学家。22 岁时 Abel 从相反的观点成功地证明了一般的五次代数方程没有根式解，他把论文寄给了包括 Gauss 在内的很多数学家，但都没有得到回音。1825 年 Abel 得到资助出国，在巴黎受到 Cauchy、Legendre (勒让德) 的怠慢，Cauchy 甚至把 Abel 的大论文遗失了。在柏林他遇到了知音 Crelle (克雷洛)，Crelle 尽其所能地帮助 Abel，在他创办的《Crelle 杂志》前三卷发表了 Abel 的 22 篇论文，其中创刊号的第一篇论文就是 Abel 关于五次代数方程的著名文章。Abel 经费用完不得不再回到挪威，靠做家庭教师糊口度日，并继续刻苦研究椭圆函数和现今的 Abel 函数。由于穷困和工作过度，Abel 得了肺结核病。Crelle 高兴地通知 Abel 已为他在柏林大学谋得教授职位，但信件到达时 Abel 已去世三天了。今天在挪威首都奥斯陆的公园内矗立着 Abel 的塑像，塑像中的 Abel 脚踩两个怪物，象征他征服了五次方程和椭圆函数两个领域。

C.G.L. Jacobi (雅可比)，1804 - 1851，德国伟大数学家。Jacobi 幼年时随他舅舅学习古典文学和数学，12 岁时进入中学后显示出多才多艺的头脑（中学校长语），17 岁时进入柏林大学学习。1826 年 Jacobi 到哥尼斯堡大学任教，1827 年因数论文章受到 Gauss 的称赞而升为副教授，1829 年发表了他的第一部杰作《椭圆函数理论的新基础》，1832 年升为正教授。Jacobi 不知疲倦地工作着，他说：“如果要深入洞察 Euler、Lagrange 和 Laplace 的工作堆成的大山的性质，那就需要最惊人的力量和最艰苦的思考。”Jacobi 最终在科

学研究和教学上都取得了惊人的成就。他对椭圆函数理论的透彻研究在数学界引起轰动，使他与 Abel 齐名。Jacobi 的伟大工作还涉及到数论、动力学、引力理论、变分法、行列式理论和 Abel 函数论。Jacobi 被认为是当时欧洲仅次于 Gauss 的伟大数学家。他还是当时最鼓舞人的优秀教师，他善于启发学生，并在教学中讲解自己的最新发现，他的成功引起了普鲁士教育部的注意。1851 年 Jacobi 47 岁时死于天花。

G.L. Dirichlet (狄利克雷), 1805-1859, 德国著名数学家。Dirichlet 毕业于巴黎大学，先后在布雷斯劳大学和柏林大学工作，1855 年接替 Gauss 在哥廷根职位。他随身携带 Gauss 的《算术研究》，反复揣摩，后出版《数论讲义》解释和阐明 Gauss 的思想。除数论方面的奠基性贡献外，他对数学分析和数学物理也做出了重要贡献。他著名的抽屉原理被人们广泛应用。Dirichlet 的研究目标是要清晰地洞察数学思想的理想的和谐，他讲课清晰，思想深邃，为人谦逊，影响了一批数学家。1858 年他在瑞士作纪念 Gauss 的演讲，在那里突发心脏病，返回后又遭夫人中风身亡的打击，病情加重，与世长辞。

W.R. Hamilton (哈密顿), 1805-1865, 爱尔兰著名数学家。Hamilton 三岁跟随叔叔学外语，到 13 岁时已经精通 13 门外语。14 岁后兴趣转向数学和物理，对数学和物理作出了重要贡献，1824-1835 年他研究几何光学（处理光线在透明介质中的传播）和分析力学，1835 年之后对复数推广感兴趣，转而研究矩阵和四元数。1828、1833 和 1837 年他发表了四篇“论光线系统”的论文，而后利用他在几何光学研究中引入的特征函数思想研究分析力学，发表了《论动力学的一个一般方法》（1834）和《再论动力学的一个一般方法》（1835），得出著名的 Hamilton 最小作用原理、Hamilton-Jacobi 方程和 Hamilton 形式。1843 年他发明四元数，在《四元数讲义》中他得到关于矩阵特征多项式的 Hamilton-Cayley 定理的特殊情形。Hamilton 的爱情因他缺乏勇气表达而经受两次挫折和打击，他后来的妻子体弱多病且不善料理家务，他经常喝酒麻醉自己。死后留下 250 本笔记、大量学术通信和未发表论文，手稿中夹有大量吃剩的饭菜、鱼刺和肉骨头，说明他经常在吃饭时工作。M. Kline 评论说：“Hamilton(哈密顿) 善于利用对比去从已知论证未知。虽然他有很好的直观，但他没有伟大的思想灵感，他长期而勤奋地对特殊问题进行工作以求看出一般性的东西。在解决许多特定的例子时他耐心而有条不紊，并且情愿作大量的计算去检查和证明一个论点。然而，在他的出版物中，却只有推敲和压缩了的一般结果。”

E.E. Kummer(库莫尔), 1810-1893, 德国著名数学家。Kummer 三岁丧父，1828 年进入 Halle 大学学习神学，后在数学教师的影响下转学数学。Kummer 终生爱好哲学，他称数学为“哲学的预科学校”。1831 年获博士学位，毕业后在中学教学，并从事数学研究。他关于超几何级数的论文吸引了德国一流

数学家的注意，1842年在Dirichlet和Jacobi的推荐下成为布雷斯劳大学的正式教授，1855年Kummer接替Dirichlet成为柏林大学教授，一直到1883年退休。Kummer是一位受欢迎的优秀教师，讲课清晰、幽默，关心学生，他先后两次结婚。在Kummer和Weierstrass(魏尔斯特拉斯)的共同努力下，1861年柏林大学开办了德国第一个纯粹数学讨论班，这个讨论班吸引了世界各地有才能的青年数学家。1868-1869年Kummer任柏林大学校长，1868年成为巴黎科学院院士。Kummer对函数论、数论和几何(Kummer曲面)都作出了重要贡献。1847-1850年在试图证明Fermat大定理时他创立理想数理论，取得Fermat大定理的重大突破，并导致代数数论和抽象代数新的研究领域产生。Kummer全集在1975年才由Springer(施普林格)出版社出版，由著名数学家A. Weil编辑，共两卷。Weil在全集导言中说：“即使100年后，细心的读者仍会从中获得可观的教益。”

E. Galois (伽罗瓦)，1811 - 1832，法国天才数学家。Galois的启蒙老师是他的母亲，12岁时他开始接受正规教育，在中学的第三年他抛开教科书直接阅读数学大师们的著作。他专注于数学而忽视了其他学科，导致他首次报考巴黎综合工科学学校失败。1828年Galois从初级数学班升到Richard(理查德)的数学专业班。Richard认识到Galois的天才，断言Galois只适宜在数学的尖端领域中工作。17岁时Galois就开始研究方程理论、连分数和椭圆函数理论，1829年Galois引进群、域等概念，彻底地解决了哪些代数方程可根式求解的问题。他的论文三次呈交巴黎科学院，第一次被Cauchy遗失，第二次负责人Fourier(傅立叶)未审完就去世了，第三次被Poisson(泊松)认为不可理解而否决。数学上的失败使他投身政治运动，他曾两次被捕入狱，21岁时为爱情决斗而丧生。在决斗前夕，Galois连夜写出了他数学发现的概要，托交给他的朋友，要求请Gauss或Jacobi对他工作的重要性而不是其正确性公开发表评论。14年后Galois的手稿被Liouville(刘维尔)发现并刊登在他主办的《纯粹与应用数学杂志》上。从此，Galois 60页的手稿成为历史上被引用最多的文献，他的革命性工作揭开了代数学的新篇章。

K.W.T. Weierstrass (魏尔斯特拉斯)，1815 - 1897，德国伟大数学家。Weierstrass在中学时各项成绩突出，他的父亲对他寄予厚望。19岁时按他父亲的愿望进入波恩大学学习法律，但他对法律毫无兴趣，经常旷课，整天躲在宿舍里钻研Abel、Laplace等人的著作。4年后放弃毕业考试，未得学位，空手而回。他父亲很不高兴，后在朋友的提议下把Weierstrass送到一所师范预科学学校，在这里Weierstrass遇到了赏识并影响他的Gudermann(古德曼)教授。26岁毕业后Weierstrass开始了他14年的乡村中学教师生涯，在中学他教学任务繁重，但他以钢铁般的意志坚持夜间研究数学。1854年他发表在《Crelle杂志》上的关于Abel积分和Abel函数的论文引起轰动，他因此被柏林大学聘为副教授，后升为正教授，并成为柏林大学校长。Weierstrass以他在函数论方面

的卓越贡献而和 Cauchy、Riemann 一起被公认为现代函数论的三个奠基人，他更以对数学坚持绝对严格性的标准而驰名数学界，被誉为“现代分析学之父”。Weierstrass 不象 Abel、Jacobi、Riemann 那样具有直觉的闪光，他是个有条理而苦干的人。他是伟大的数学家，又是杰出的数学教师，他的思想由他的学生向外传播。他晚年时被看作是德国的民族英雄。1897年2月19日，一代分析大师 Weierstrass 在他柏林的寓所平静地去世。

A. Cayley (凯莱)，1821 - 1895，英国伟大数学家。Cayley 在中小学时已显示出在计算方面的惊人技巧，17岁时进入著名的剑桥大学，21岁时以数学荣誉学位考试一等的身份毕业，后留校任教。三年后他离开剑桥大学进入法律界，并从事律师职业长达14年之久。作为有名的律师他过着富裕的生活，然而就在做律师期间他发表了250多篇数学论文，就是全职的数学家也难与他的工作量相比。1863年 Cayley 结婚并放弃律师职业，担任剑桥大学纯粹数学教授，后又被委任剑桥大学的行政工作。Cayley 一生共发表数学论文966篇，是矩阵论、 n 维几何公认的创始人，不变量理论的奠基者，也是他在1849年第一次给出抽象群的定义。Cayley 的研究还涉及高次曲线和曲面、射影几何和天文学。Cayley 性情温和，热爱生活，他广泛地阅读了许多文学作品，周游了大半个欧洲，并对水彩画和建筑颇有研究。Cayley 一生所经历的一切，无论是事业还是家庭和爱情，无论是作为数学家，还是作为律师和行政官员，都是极其成功而令人羡慕的。

G. Eisenstein (艾森斯坦)，1823 - 1852，德国天才数学家。Eisenstein 是他父母唯一存活下来的孩子，一生身体虚弱。他从15岁开始自己买数学书阅读，通过阅读 Euler 和 Lagrange 的著作他掌握了微积分。1842年他买到一本 Gauss 的《算术研究》，并深入钻研。除数学之外，Eisenstein 还有相当的音乐天赋。1844年他还是 Berlin(柏林)大学一年级大学生(21岁)时，在著名的 Crelle 杂志上出版了23篇文章和两个问题，其中包含应用 Gauss 和给出三四次互反律的首次证明。当年他受 Gauss 邀请访问 Gauss 两周，Gauss 对他充满了称赞。1846年 Gauss 写信给 von Humboldt 说，Eisenstein 是世纪罕见的天才。1845年 Kummer (库莫尔) 等数学家安排授予 Eisenstein 荣誉博士学位。Jacobi 宣称他在1837年的讲义中就给出过三四次互反律的证明，并于1846年在 Crelle 杂志上出版他的讲义内容。Eisenstein 愤怒地否认有任何剽窃，Jacobi 的攻击使他离开互反律研究约一年，并大大减少文章的出版量。1845年 Eisenstein 又利用 Abel 的椭圆函数论给出三四次互反律的解析证明，1847年 Eisenstein 出版120页重要论文“关于椭圆函数的报告”，1850年他利用 Kummer 刚创立的理想论一举建立一般的 Eisenstein 互反律。由此对椭圆函数、模形式和数论发展产生重大影响。1851年在 Gauss 提议下 Eisenstein 被选进 Gottingen(哥廷根)科学院，之后不久应 Dirichlet 的要求他又被选入 Berlin 科学院。1852年 Eisenstein 29岁时因患肺结核而离开人世。他在最后一篇论文中建立了 Eisenstein 八次互

反律，并说要在以后出版完整的八次互反律，因他的去世完整的八次互反律迟至 1889 年才由 Goldscheider 给出。Eisenstein 生前得到 von Humboldt 的资助和支持。Eisenstein 去世后当时 83 岁的 von Humboldt 亲自为 Eisenstein 送葬，以示他对这位天才的珍爱和惋惜。

G.F.B. Riemann (黎曼)，1826 - 1866，德国天才的伟大数学家。Riemann 在六岁时开始随父亲学算术，14 岁时进入中学，并显示出非凡的数学才能，他仅用一星期就掌握了 Legendre 的《数论随笔》，19 岁时按照父亲的愿望进入哥廷根大学攻读神学。Riemann 性格上过于腴腆谦虚，渴望尽善尽美，以致于他竟认识不到自己非凡的数学才能，以为人人都是如此。这与他科学思想的成熟大胆恰成鲜明的对照。哥廷根有 Gauss、Stern 等人，学术气氛活跃，讲座频繁，Riemann 大着胆子听了几次数学、物理讲座，结果使他异常兴奋。他请求父亲允许他转学数学，结果他父亲同意了。在哥廷根读了一年之后，Riemann 转到柏林大学学习，他跟着 Jacobi、Dirichlet (狄利克雷)、Steiner (斯坦纳)、Eisenstein (爱森斯坦) 学习数学。两年后转回哥廷根，跟着 Gauss 做博士论文，后留在哥廷根，31 岁时升为副教授，33 岁时当上正教授，成为 Gauss、Dirichlet 的继承人，36 岁时和他妹妹的一个朋友结婚，39 岁时因长年辛劳患肺结核病而去世。Riemann 是最富创造性、最为深刻的数学天才，他的工作范围涉及到复变函数、Abel 函数、Riemann 几何、数论、拓扑学、代数几何和数学物理。虽然他一生短促，生前仅发表 10 篇论文，Riemann 全集只有薄薄的一卷，而且其中三分之二是他的遗稿，但 Riemann 的每篇论文都是划时代的大作。Riemann 的伟大在于这样的事实，几乎所有他的工作都被证明是一种新的、富有成果的研究的开端。数学家们一致公认，Riemann 对二十世纪数学影响之深超过任何别的伟大学者，他的工作永远地改变了数学在分析、几何与数论方面的进程。

R. Dedekind (戴德金)，1831-1916，德国伟大数学家。Dedekind 在高中时对数学产生兴趣，1850 年进入哥廷根大学，与大数学家 Riemann (黎曼) 成为朋友，学业飞速长进，1852 年在 Gauss 指导下完成学位论文，后来又深受 Dirichlet 的影响。他在家乡不伦瑞克的多科技术学校工作直至去世，这所学校虽不是名校，但家乡的舒适环境使他专心于数学。Dedekind 终身未婚，一直和也未结婚的姐姐生活在一起。Dedekind 是 Gauss 的最后一名学生，Gauss 的数论工作是 Dedekind 众多研究灵感的源泉。Dedekind 对 Dirichlet 的《数论讲义》(解释 Gauss 的《算术研究》) 不断补充自己的新发现作为附录，最后补充材料包含代数数理论、理想论、Galois 理论，其页数超过 Dirichlet 著作本身。Dedekind 大大地发展了代数数论，是抽象代数的伟大先驱。他明星或隐含地定义抽象代数许多基本概念(群、环、理想与域)，而且对研究抽象结构有明确的理解。Emmy Noether (艾米·诺特) 认为，她的抽象代数理论“在 Dedekind 那里已经全有了”。Dedekind 对数学的贡献还包括代数函数论、模函数的定

义和性质、实数理论中的 Dedekind 分割, Riemann 曲面理论中的对数函数域与编辑出版 Riemann 的遗稿和全集。他与 Frobenius (弗罗贝尼斯) 的通信启发和激励了 Frobenius 建立群的特征标理论。Landau(兰道) 在 1917 年纪念 Dedekind 时说: “Dedekind 不仅是一位伟大的数学家, 而且是从古到今整个数学历史上真正杰出的人物, 他是他那个时代的最后一位英雄, Gauss 的最后一位学生。他本人 40 多年来已是经典作家, 不仅我们, 而且我们的老师乃至老师的老师都从他的工作中受到启发。”

M.S. Lie(李), 1842-1899, 挪威伟大数学家。Lie 1865 年大学毕业, 1868 年为 Poncelet 和 Plucker (普吕克) 的几何所激动, 1869 年发表第一篇论文, 1869-1870 年在柏林大学学习, 结识德国数学家 Klein(克莱茵), 并在以后岁月里互相影响。Lie 的研究工作起点是几何学, 但他转向微分方程理论, 洞察出他的变换群与一般对称性之间的关联, 由此一个人单枪匹马地发明浩大、漂亮、深刻、重要并有许多应用的 Lie 群和 Lie 代数理论, 而这只是在群的概念出现之后不久。Klein 说: “Lie 是非常有成效的研究者, 他发展出他本人的思想, 只有当那些外来的知识能引起他的直接兴趣时才会引起他的注意。”后来 Klein 派学生 Engel(恩格尔) 去 Lie 那儿学习, 并帮助其写出三卷的《变换群理论》。Lie 接受了 Klein 在莱比锡大学的教授职位, 但他的同事常把他当作 Klein 的学生, 这使 Lie 很恼火, 并导致两年精神崩溃。恢复后 Lie 变得敏感、急躁和多疑, 与 Klein 关系紧张, Klein 烧毁了 Lie 在 1877 年以前写给他的所有信件, Lie 在 1893 年公开攻击 Klein, 他说: “我不是 Klein 的学生, Klein 也不是我的学生, 虽然那更贴近真相。” Lie 在 56 岁时患恶性贫血而去世。

C.F. Klein(克莱茵), 1849-1925, 德国著名数学家。Klein 于 1865 年就读于波恩大学, 师从数学家兼物理学家 Plucker, 1869-1870 年访问柏林大学, 和来自挪威的 Lie 建立友谊, 普法战争爆发后短暂服兵役, 因感染伤寒被送回家。1872 年 Klein 就任爱尔朗根的巴伐利亚大学教授, 其就职演讲《比较回顾近代几何学研究》成为著名的爱尔朗根纲领, Klein 在其中提出用群对几何分类的著名论断, 指出几何学是研究几何图形相对于某类变换群保持不变性质的学问, 不同的变换群对应不同的几何学。1875 年他在慕尼黑大学任职, 1881 年转到莱比锡大学, 1886 年转去哥廷根大学。Klein 因与 Poincaré 竞争自守函数理论而病倒, 他认为从此不能再做创造性工作。于是兴趣转向振兴哥廷根与德国的数学, 促进数学教学改革及纯粹数学与应用数学的融合, 创立数学研究所, 编写 19 世纪数学史, 晚年又研究 Einstein 的广义相对论。Klein 总为讲课作最严谨的准备, 事先设计好板书内容。他发表的研究工作因缺乏严格证明而遭到同时代德国数学家的批评和怀疑。

H. Poincaré (庞加莱), 1854 - 1912, 法国伟大的数学家、物理学家、天文学家和科学哲学家。Poincaré 的童年是不幸的, 他在 5 岁时得了白喉病, 留

下了后遗症，以致他一生都身体虚弱，14岁时一本数学书扣住了他的心弦，让他激动不已。进校后，由于视力不好，Poincaré根本看不清黑板上写的东西，他全凭耳朵听，而且从不需要作笔记，他的记忆力就象 Euler 一样特好。在中学时他就是有名的数学尖子、解题高手。1873年他以第一名的成绩考入巴黎综合工科学校，后到矿业学校学习，打算做一名工程师。1878年他提交了关于微分方程的卓越论文获得数学博士学位。1879年他应聘到卡昂大学教数学，1881年成为巴黎大学教授。Poincaré是十九世纪末和二十世纪初的领袖数学家，是对数学及其应用具有全面知识并且能够雄观全局的最后一位大师，他的功绩与名声可与 Gauss 相匹敌。在法国他被看做是科学的大智者，一切有关科学的事情政府都向他询问。在34年的科学生涯中，他发表了491篇高质量、高难度的论文和30本数学科学专著，是仅次于 Euler、Cauchy 的多产数学家。他的工作包括自守函数、微分方程定性理论、代数拓扑、Abel 函数、非欧几何、数论和数学物理等许多领域。在物理上他是相对论的先驱，在天文上他的贡献是三大卷杰作《天体力学的新方法》。此外，他还写了三本科学哲学著作：《科学与假设》、《科学与方法》、《科学的价值》，影响很大。1912年7月 Poincaré 病逝，从此数学界失去了一位伟大的领袖和旗手。

D. Hilbert (希尔伯特)，1862 - 1943，德国伟大数学家，Hilbert 幼年时受到母亲的启蒙教育，八岁正式上学，1880年 Hilbert 进入哥尼斯堡大学攻读数学，毕业后留在哥尼斯堡大学，1892年升为副教授，1893年升为正教授。1895年在 Klein(克莱茵)举荐下来到哥廷根大学任教授，此后他一直留在哥廷根。Hilbert 和 Poincare 一起是十九世纪末和二十世纪初的领袖数学家，他的工作遍及代数不变量、数论、几何基础、变分法、积分方程、数学基础和物理学。1900年在国际数学家大会上 Hilbert 提出了影响深远的23个数学问题。在 Klein 和 Hilbert 的努力和影响下，哥廷根成为当时世界数学的中心。Hilbert 的学术成就、教学活动以及其个性风格，使他成为一个强大的学派的领头人。Weyl(韦尔)说：“Hilbert 对整整一代学生所产生的如此强大和神奇的影响，在数学史上是罕见的。”

E. Noether(艾米·诺特)，1882-1935，德国著名的女数学家。Noether 出生于德国，她的父亲和弟弟都是数学家，1902-1904年她在爱尔朗根大学和哥廷根大学听课，后在 Gordan(果尔丹)指导下研究不变量，1907年以论文“三元双二次型不变量的完全系”通过博士论文答辩，1911年 Noether 在论文“ n 元形式的不变量”中将 Gordan 关于二元的工作推广到 n 元。受 Fisher 影响，Noether 从计算化思维转向概念及公理思维，1916年受 Hilbert 和 Klein 邀请到哥廷根工作，在广义相对论研究中得出著名的 Noether 定理，在 Dedekind 工作基础上开创近世代数，特别是发展了环的一般理想论，并因对代数主定理(代数数域上的单代数都是 Dickson 意义下的循环代数)的证明和应用(1932)革新了代数数论和类域论，被誉为“抽象代数之母”。Noether 终身未婚，围绕在

她身边的是一些有才华的青年学生，他们把她的思想传播到数学界。1933年 Noether 移居美国，51岁时因手术失误而突然去世。Einstein 在纽约时报上发表悼念 Noether 的文章，他说：“根据现在的权威数学家们的判断，Noether 是自妇女开始受到高等教育以来有过的最杰出的富有创造性的数学天才。在最有天赋的数学家辛勤研究了几个世纪的代数学领域中她发现了一套方法，当前一代年青数学家的成长已经证明了这套方法的巨大意义。通过这种方法，纯粹数学成为逻辑思想的诗篇。”

C.H.H. Weyl(外尔), 1885-1955, 德国伟大数学家。Weyl 1908年毕业于哥廷根大学，并深受 Hilbert 的影响，两年后留在哥廷根大学任编外讲师，后被聘为苏黎世联邦理工学院教授，1915年服了一年兵役，1930年继任 Hilbert 在哥廷根大学职位，1933年因害怕纳粹迫害而到美国普林斯顿高等研究院任职。Weyl 的数学工作几乎遍及整个数学，包括积分方程、微分方程、数学物理方法、Hilbert 空间、Gibbs 现象、Dirichlet 原理、模 1 分布、概周期函数、变分法等分析课题，凸体表面的刚性、拓扑学、微分几何中联络、Riemann 面等几何课题，Lie 群的不变量、Lie 群的表示、Lie 代数理论等代数课题，相对论、量子力学、统一场论等物理课题，以及数学基础、哲学和科学史等课题。在 Einstein 广义相对论影响下，Weyl 1918年出版名著《空间、时间、物质》，并在同年出版的论文中通过推广 Riemann 几何论述统一场论。1928年 Weyl 将 Lie 群应用于量子力学，出版名著《群论与量子力学》。Weyl 的研究都有强烈的背景、丰富的思想和高超的技巧，他的许多工作成为 20 世纪一系列重要数学成就的出发点。Weyl 的研究足迹紧紧追随整个科学的进展，从广义相对论到量子力学，一直在科学的前沿上弄潮。

S. Banach (巴拿赫), 1892-1945, 波兰伟大数学家。Banach 在其博士论文《论抽象集合上的运算及其在积分方程上的应用》(1920年答辩, 1924年发表)中引入完备的赋范线性空间。这个理论把 Riesz, Volterra, Fredholm, Levy, Hilbert 对于具体空间和积分方程的贡献综合成一个一般理论。1932年 Banach 用法文出版名著《线性算子理论》，标志着泛函分析成为一门独立的学科。他证明了 Banach 空间几个基本的定理，如一致有界性原理、开映射定理和闭图像定理。Banach 和围绕着他的数学家们喜欢在“苏格兰咖啡馆”里讨论数学。Ulam (乌拉姆)说：“Banach 喜欢把一天的大部分时间消磨在咖啡馆里，他喜欢那里的噪声和音乐，它们并不影响他集中注意力和思考。在那里提出的问题就在那里讨论，时常是几个小时的思考也得不出解答。第二天，Banach 又会出现，拿着几小张纸，上面写着他完成的证明纲要。”1935年的一天，Banach 提议把没有解决的问题收集在一本笔记本中，这本笔记后来就以“苏格兰问题集”著称于世，由 Ulam 在 1957年出版。Banach 教学任务繁重，花了许多时间编写大学和中学教材，包括两卷本的《力学》，《微分学与积分学》与《实变函数引论》，他还写过 10 本中小学教材。1936年 Banach 在国

际数学家大会做一小时报告，1939年被选为波兰数学会主席，二战期间备受纳粹摧残，后效力于一个细菌学研究所，二战刚结束时去世。Steinhaus（斯泰因豪斯）称他“打破波兰人的自卑，把天才的火花和惊人的毅力与热情融为一体。”

J. von Neumann (冯·诺伊曼)，1903 - 1957，匈牙利天才的伟大数学家。von Neumann 从小是个出名的神童，3岁时能背诵父亲帐本上的数字，6岁能心算八位数除法，8岁掌握微积分。这使得作为银行家的父亲欣喜若狂，下决心把儿子培养成天才。为了让儿子受到最好的教育，他没有送 von Neumann 上学，而是为其聘请家庭教师。von Neumann 过目不忘的记忆力、对抽象概念的理解力、逻辑推理的能力及解决问题的技巧给每一位家庭教师留下了深刻的印象。十岁时他父亲登广告重薪聘请称职的家庭教师，但已无人敢来应聘。于是他被送进学校，后在数学老师 Ratz（瑞兹）的推荐下由青年数学家 Fekete（费克特）担任他的家庭辅导工作，17岁时他和 Fekete 合写了一篇分析论文。中学毕业后他父亲要他攻读化学，他在1925年和1926年先后获得苏黎世大学的化学工程学位和布达佩斯大学的数学博士学位，后在父亲的允许下游学欧洲，听过 A.Einstein（爱因斯坦）和 Hilbert 等人的课程。1933年 von Neumann 29岁时被聘为美国普林斯顿高等研究院的终身教授。von Neumann 的工作范围很广，遍及集合论、算子论、遍历理论、泛函分析、对策论、线性规划、计算数学、量子力学、计算机等诸多领域，他被人们誉为“最懂物理的数学家和最懂数学的物理学家”。1944年至1951年他参与研究电子计算机，提出了电子计算机的结构和程序设计方案，被誉为“计算机之父”。von Neumann 共发表论文150余篇，其中60篇属于纯粹数学，60篇属于应用数学，20篇属于物理学。1957年他因患骨癌而去世。

K. Gödel(哥德尔)，1906-1978，奥地利著名数学家，Aristotle(亚里斯多德)以来最伟大的逻辑学家。Gödel 在维也纳读大学，对点集问题的兴趣引导他进入逻辑和集合论领域，1926-1928年间 Gödel 参加维也纳哲学学会的活动，对他后来的工作产生影响。1930年 Gödel 证明一阶谓词演算的完备性，使形式主义者倍受鼓舞。1931年他发表《论数学原理中的形式不可判定命题及有关系统》，犹如掷下两枚炸弹，震惊全世界。Gödel 证明对包含整数算术的任何数学系统，其相容性不可能通过逻辑原理而建立。即数学的相容性不可证明！著名的 Gödel 不完备性定理断言：任何一个包含整数算术的公理体系要么是有矛盾的，要么是不完备的。这意味着存在不可判定命题，即定理正确，但不存在人为的证明。1942年 Gödel 找到选择公理独立于集合论 ZFN 公理系统的证明，但未发表，后由 Cohen 在1963年发表选择公理独立性的证明。Gödel 的研究工作还涉及连续统假设和递归函数等。他的工作影响和推动了数理逻辑的发展，使之变成独立的系统的学科。Gödel 不顾父母反对，与比他大6岁且离婚的舞女结婚。二战期间迁到美国普林斯顿工作和居住，经常与 Einstein(爱

因斯坦)一起散步并讨论宇宙和哲学问题, 1953年升为普林斯顿高等研究院教授。后来性格孤僻、偏执, 不与人来往, 且怀疑有人在他食物里下毒, 只有他妻子给他的饭菜才吃。临终前, 瘦得只有30多斤。

A. Weil (魏伊), 1906 - 1998, 法国伟大数学家。Weil出生于犹太人家庭, 16岁进入高等师范学校, 并精通希腊语、拉丁语、德语、英语等多种语言, 22岁时博士毕业。二战时他因不想服兵役而逃到芬兰, 后被当作苏联间谍而先后在芬兰、瑞典、英国、法国监狱中服刑, 1940年正式审判时他要求重回部队服役代替坐牢五年并获批准。在到过意大利、德国、印度、芬兰、巴西等许多国家并历经各种惊险之后, Weil于1947年才得到和他水平相称的职位: 美国Chicago(芝加哥)大学教授, 这时这位已过不惑之年的伟大数学家的工作和生活才安定下来。1958年起, Weil在Princeton(普林斯顿)高等研究院度过最后40年。Weil在数学上涉足之广是惊人的, 他在数学19个领域中的至少如下八个领域做出了显著贡献: 代数、数论和算术代数几何、代数几何、微分几何和大范围分析、拓扑、李群和李代数、分析、数学史, 特别是他证明了椭圆曲线的Mordell-Weil定理(1928), 奠定了抽象代数几何的基础(1946), 证明了有限域上曲线的Riemann猜想(1948), 提出代数簇上著名的Weil猜想(1949), 在类域论中引入Weil群(1951), 发展Hecke(汉克)的模形式理论(1967)。他还因为和H.Cartan(嘉当)等人共同创建了Bourbaki(布尔巴基)学派而闻名。Weil先后获得Wolf奖(1979)、Steele奖(1980)、Kyoto奖(1994)三项终身成就奖。

A. Grothendieck (格罗登迪克), 1928-2014, 法国伟大数学家。Grothendieck童年很不幸, 他父亲被纳粹杀害, 他随母亲在集中营长大。1955年到南锡大学工作, 在那里研究泛函分析, 发表了杰作“张量积与核空间”, 并加入著名的Bourbaki(布尔巴基)讨论班。1954-1970年他在法国高等科学研究院任职, 这是他数学生涯的黄金时期, 写出近30本专著。1970年当他得知所在的研究院受到军方资助后愤而离开研究院, 并逐渐从数学界消失, 不再发表论文。由于Grothendieck创立了一整套现代代数几何抽象理论体系, 在泛函分析中引入核空间, 张量积, 以及在同调代数领域做出的杰出贡献, 荣获1966年Fields奖, 但他却拒绝了1988年瑞典皇家科学院颁发的Crafoord(克雷福德)奖, 后出版回忆录《收获与播种》, 谴责数学界道德沦丧, 指责他的朋友和学生剽窃他的成果。Grothendieck说: “最使我着迷的是隐藏在数学对象下的结构。” Mumford说: “Grothendieck是一位不知疲倦的人, 他有一股非凡的冲劲和不可遏止的逻辑力量, 在他自己的思想指导下, 他把每个概念都发挥到最广而没有人为了的限制, 也许有史以来没有哪位数学家有过他这样的愿望。”

P. Erdős (爱多斯), 1913 - 1996, 匈牙利伟大数学家。Erdős是两位数学教师的独生子, 从小就是个神童, 能心算三位数乘法, 他的父母十分宠爱他。Erdős成年后过着一种古怪而独特的生活, 他没有家, 没有职业, 也没有

结婚，带着母亲从一个大学到另一个大学地四海周游，从没有在一个地方停留一个月以上。1971年他母亲90岁去世后，他便单身旅行。无论到哪里，最使他全神贯注的事就是数学。他的生活依靠酬金和其他数学家的友好帮助，他的一切用品都装在随身携带的一个中号提箱里。Erdős从18岁发表第一篇论文到83岁去世期间发表的论文有1500多篇，与Erdős合写论文的作者超过500人，比历史上任何一位数学家的合作者都多。Erdős的工作遍及图论、组合论、数论、泛函分析和概率统计等领域。Erdős每天服用咖啡或兴奋剂，每天工作19小时。他被人广为流传的一句话是“数学家就是把咖啡转变成定理的机器。”别人劝他放慢工作节奏注意休息时，他回答说：“坟墓里有的是休息时间。”每到一处Erdős都要会见数学专业的学生和数学家，问他们千篇一律的问题：你最近在研究些什么？有没有什么令人感兴趣的问题？你听说有什么新结果吗？假如有人提供问题，他就会参与讨论并提供解法，而后与搞问题的人合写一篇论文。他是一个典型提供解法的人。当Erdős要来访时，主人就得驾车接他，为他安排航班与电话交谈。数学家们戏称为照看Paul大叔。当与人电话交谈时，Erdős直入正题，他的第一句话会说：“现在假定你有一个 n 元的集合……”Erdős花钱慷慨大度，他为证明一些有趣的问题悬赏50-10000美元，他曾买了1000美元的书籍送给匈牙利青年数学家。是什么使得他这样生活？Erdős说：“这就好象问巴赫作曲有什么快乐，也许你突然发现了隐藏的秘密，发现了美。”